

基于混沌理论的滚动轴承振动信号 融合模型预测

孟凡念, 杜文辽, 李 浩, 李宏伟, 王良文, 肖志玲
(郑州轻工业大学 机电工程学院 河南省机械装备智能制造重点实验室, 郑州 450002)

摘 要: 提出融合算法模型,在混沌理论的基础上对滚动轴承振动信号进行预测。基于相图法、最大 Lyapunov 指数法和关联维数法对滚动轴承振动信号进行混沌判别,证明其混沌性。以预测值和真值间差值范数最小为目标导向优化出 Kriging 模型、最小二乘支持向量机(LSSVM)模型和极端学习机(ELM)模型的权重,加权法构建融合算法模型。相空间重构法构建滚动轴承振动信号预测的训练样本,并对融合模型、Kriging 模型、LSSVM 模型和 ELM 模型进行训练,训练好的模型用于振动轴承振动信号混沌预测。以案例 1 和案例 2 共两个实验的滚动轴承振动信号为对象进行验证,两案例的最大 Lyapunov 指数大于 0,从而判断这两个案例的轴承振动信号呈现混沌特性。另外,从方均误差、方均根误差和平均绝对误差指标来评价,融合算法模型的指标值均小于单一模型算法,融合算法模型的预测精度优于单一模型算法。

关 键 词: 滚动轴承; 融合模型; 混沌预测; Kriging 模型; LSSVM 模型; ELM 模型

中图分类号: V233.1; TH133.33 **文献标志码:** A

Fusion model prediction of rolling bearing vibration signal based on chaos theory

MENG Fannian, DU Wenliao, LI Hao, LI Hongwei,
WANG Liangwen, XIAO Zhiling

(Henan Key Laboratory of Intelligent Manufacturing of Mechanical Equipment,
College of Mechanical and Electrical Engineering,
Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The fusion algorithm model was used to predict the vibration signal of rolling bearing on the basis of chaos theory. Based on the phase diagram method, the maximum Lyapunov exponent method and the correlation dimension method, the chaos characteristic of rolling bearing vibration signal was proved. The weights of Kriging model, least squares support vector machine (LSSVM) model and extreme learning machine (ELM) model were optimized to minimize the norm of the difference between the predicted value and the true value, and the fusion algorithm model was constructed by weighting method. The phase space reconstruction method was used to construct the training samples of the rolling bearing vibration signal prediction, and the fusion model, Kriging model, LSSVM model and ELM

收稿日期:2020-01-16

基金项目:国家自然科学基金(U1804141);河南省高校科技创新人才支持计划项目(17HASTIT028);
河南省机械装备智能制造重点实验室开放基金(IM201910);河南省科技攻关项目(202102210086)

作者简介:孟凡念(1983—),男,讲师,博士,主要从事非线性评估与预测研究。

通信作者:李宏伟(1966—),女,高级实验师,主要从事振动检测与分析等研究。E-mail:1997002@zzuli.edu.cn

引用格式:孟凡念,杜文辽,李浩,等. 基于混沌理论的滚动轴承振动信号融合模型预测[J]. 航空动力学报,2020,35(8):1664-1675.
MENG Fannian, DU Wenliao, LI Hao, et al. Fusion model prediction of rolling bearing vibration signal based on chaos theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(8): 1664-1675.

model were trained. The trained model was used to predict the vibration signal of rolling bearing. For case 1 and case 2, the rolling bearing vibration signals of two experiments were used to verify the results. The maximum Lyapunov exponent for two cases was greater than 0, from which chaotic characteristic on bearing vibration signal can be determined. Besides, the index value for fusion model was less than the single model from the evaluation index of mean squared error, root mean squared error and mean absolute error, so the prediction accuracy of the fusion algorithm model was better than that of the single algorithm model.

Key words: rolling bearing; fusion model; chaotic prediction; Kriging model; LSSVM model; ELM model

滚动轴承是轴和其他旋转部件的重要支撑,它的性能对设备的正常运行起着重要的作用。作为机械装备的核心部件,滚动轴承的振动性能对设备的安全运营起到至关重要的作用,特别是像卫星、航天飞机这样的高精尖设备对轴承的振动性能的要求特别高,故对滚动轴承振动时间序列进行预测为设备的安全运转提供了重要保障。

滚动轴承内各种因素相互交织导致其振动性能呈现非线性,这些因素包括:滚动接触面的形貌特征、沟道与钢球的滚动摩擦及润滑剂的黏温效应等^[1]。复杂因素的非线性交融最终导致了振动性能的极端敏感性,如滚道的微小划痕就会导致滚动轴承的强烈振动,即振动数据呈现混沌性,基于混沌相空间重构理论的预测方法可以预测出较高的精度,为滚动轴承振动数据的精确预报提供保证。

相空间重构是用动态系统方法分析混沌时间序列的基础。20 世纪 80 年代以来,国内外许多学者对相空间重构技术进行了研究,其中应用最为广泛的是 Packard 等^[2]提出的延迟坐标状态空间重构方法,该方法包含嵌入维数和延迟时间两个关键参数,这两个参数的确定将影响重构相空间的质量。因此,确定其值具有十分重要的理论和现实意义^[3]。计算嵌入维数常用的方法有饱和和相关维数(G-P)、伪最近邻域法、预报法和 Cao 法等^[4-10]。计算延迟时间的有互信息法、自相关函数法和 C-C 法^[11-12]。

等时间间隔的时间序列可以用混沌动力学来分析,通过对这些时间序列的研究,间接得到了混沌系统的动力学特性,这些时间序列包含着丰富的动态信息,提取和利用这些信息来研究系统的特性是混沌研究的重要方面之一。已有很多学者对轴承进行了混沌动力学研究,文献[13-16]研究了滚动轴承的混沌性。文献[17]进行了滚动轴承的变量预测识别。另外,夏新涛等^[18]采用加权一阶局部区域法对轴承振动时间序列进行预测,通

过与实际值的比较分析,得出预测误差,验证了模型的可行性。

本文对滚动轴承振动数据序列从相图法、最大 Lyapunov 法和关联维数法多方面进行混沌识别,多维度论证了其混沌性。通过相空间重构构建输入变量和输出,并进行了基于 Kriging 模型、最小二乘支持向量机(least squares support vector machine, LSSVM)和极端学习机(extreme learning machine, ELM)的融合算法模型研究,验证了预测精度。在轴承振动时间序列相空间重构中利用预测模型来追溯相点的演化规律,实现单步预测,进而通过单步预测器的迭代操作来实现多步预测。具体研究思路如图 1 所示。

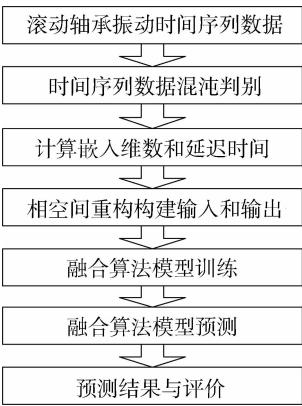


图 1 研究思路
Fig. 1 Research route and method

1 混沌辨识理论

定量法和定性法是混沌判断的两种鉴别途径,定性法有相图法、庞加莱截面法、功率谱法等;定量法通过特征指标进行混沌判断,这些指标参量有最大 Lyapunov 指数、关联维数和 Kolmogorov 熵等。本文主要采用相图法、最大 Lyapunov 指数法和关联维数法进行滚动轴承振动数

据的混沌识别。

1.1 相图法

一维数据序列能够通过相空间重构方法映射到高维空间中,根据 Takens 等学者的理论,一维数据序列与重构后的高维空间微分同胚。相图法通过重构轴承振动系统的相空间来定性判断混沌性。

1.2 最大 Lyapunov 指数法

本文采用小数据量法计算最大 Lyapunov 指数。其中,小数据量法的计算步骤如下:

1) 对振动时间数据序列 $\{x(i), i=1, 2, \dots, N\}$ 进行快速傅里叶变换,计算平均周期 T ,式中 $x(i)$ 为 i 时刻的滚动轴承振动数据; N 为数据个数。

2) 以自相关函数法或互信息法确定延迟时间 τ ,Cao 法确定嵌入维数,并重构相空间,即

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [\mathbf{X}(1), \mathbf{X}(2), \dots, \mathbf{X}(M)]^T \\ \mathbf{X}(i) &= \{x(i), x(i+\tau), \dots, x[i+(m-1)\tau]\} \\ (i &= 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \tag{1}$$

式中 M 为相点数量, m 为嵌入维数, $M = N - (m-1)\tau$ 。

3) 找出相空间中每个点 $\mathbf{X}(j)$ 的最邻近点 $\mathbf{X}(\hat{j})$,并限制短暂分离,即

$$d_j(0) = \min_j \|\mathbf{X}(j) - \mathbf{X}(\hat{j})\| (|j - \hat{j}| > T) \tag{2}$$

4) 对相空间中的每个点 $\mathbf{X}_j$,计算出该邻点对的 i 个离散时间步后的距离 $d_j(i)$,即

$$\begin{aligned} d_j(i) &= \|\mathbf{X}(j+i) - \mathbf{X}(\hat{j}+i)\| \\ (i &= 1, 2, \dots, \min(M-j, M-\hat{j})) \end{aligned} \tag{3}$$

5) 对每个 i ,求出所有的 j 对应的 $\ln d_j(i)$,求出算术平均再除以 Δt ,即

$$y(i) = \frac{1}{q\Delta t} \sum_{j=1}^q \ln d_j(i) \tag{4}$$

式中 q 为非零 $d_j(i)$ 的数目,并做出回归直线,采用最小二乘法,该线的斜率为最大 Lyapunov 指数,计算过程如图 2 所示。

1.3 G-P 算法的关联维数混沌评判

设滚动轴承振动时间序列为

$$\mathbf{X} = \{x(i), i = 1, 2, \dots, N\} \tag{5}$$

重构相空间中数据量可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(i) &= \{x[i+(k-1)\tau]\} \\ (k &= 1, 2, \dots, m; \quad i = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \tag{6}$$

奇异吸引子上 $\mathbf{X}(i)$ 和 $\mathbf{X}(j)$ 两点之间的距离为

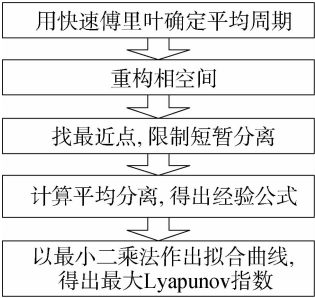


图 2 小数据量法计算流程

Fig. 2 Calculation process of small data quantity method

$$r(i, j) =$$

$$\sqrt{\sum_{k=1}^m \{x[i+(k-1)\tau] - x[j+(k-1)\tau]\}^2} \tag{7}$$

给定 m 和 τ , 奇异吸引子的关联维数可以表示为

$$D_2(r, m) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C_2(r, m)}{\ln r} \tag{8}$$

式中 $C_2(r, m)$ 为 $r(i, j) < r$ 的概率, 即积累距离分布函数

$$C_2(r, m) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \theta[r - r(i, j)] \tag{9}$$

式中 $\theta(\cdot)$ 为 Heaviside 函数

$$\theta[r - r(i, j)] = \begin{cases} 1 & r \geq r(i, j) \\ 0 & r < r(i, j) \end{cases} \tag{10}$$

实际计算时,画出 $\ln r - \ln C_2(r, m)$ 的曲线图。如果随着嵌入维数的增加, $\ln r - \ln C_2(r, m)$ 的曲线逐渐密集, 如 $\ln r - \ln C_2(r, m)$ 的曲线密集到斜率几乎不变, 就证明混沌存在。

2 混沌相空间重构参数计算

2.1 延迟时间计算

2.1.1 自相关函数法求延迟时间

自相关函数法是根据 t 和 $t+\tau$ 时刻运动轨迹形成的两个变量线性相关程度构造的算法。设 $C(\tau)$ 是一组时间序列 $\{x(i), i=1, 2, \dots, N\}$ 的自相关函数, 其表达式为

$$C(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} [x(i) - \bar{x}][x(i+\tau) - \bar{x}]}{\sum_{i=1}^n [x(i) - \bar{x}]^2} \tag{11}$$

式中 $\bar{x}$ 为样本均值。

若自相关函数随延迟时间的增加而呈现出明显衰减趋势,则选择自相关函数首次达到初始值的 $1-1/e$ 倍或等于 0 时所对应时间即为最佳延迟时间。

2.1.2 互信息法求延迟时间

设观测时间序列为 $\{x(i), i=1, 2, \dots, N\}$, i 和 $i+\tau$ 时刻观测量之间的互信息函数为

$$I(\tau) = \sum_{i=1}^N P[x(i), x(i+\tau)] \cdot \log_2 \left\{ \frac{P[x(i), x(i+\tau)]}{P[x(i)]x(i+\tau)} \right\} \quad (12)$$

式中 $P[x(i)]$ 为点 $x(i)$ 的概率, $P[x(i), x(i+\tau)]$ 为点 $x(i)$ 和 $x(i+\tau)$ 的联合概率, 选择 $I(\tau)$ 第一个局部最小值时的 τ 为延迟时间。

对同一组滚动轴承振动数据, 自相关函数法和互信息法这两种方法计算出来的结果可能不一致。每种方法都有一定的适应性, 而在轴承振动序列预测中, 可以把自相关函数法和互信息法计算出的延迟时间分别带入到预测模型中, 哪种方法计算出的延迟时间带入预测模型后的预测精度高, 轴承振动预测中就用那种方法的延迟时间。

2.2 Cao 法求嵌入维数

Cao 等^[10]提出了 Cao 法, Cao 法具有不依赖于主观性, 计算效率高等优点。令

$$a(i, m) = \frac{\|x_i(m+1) - x_{n(i, m)}(m+1)\|}{\|x_i(m) - x_{n(i, m)}(m)\|} \quad (13)$$

式中 $\|\cdot\|$ 为相量范数, $x_i(m+1)$ 为重构相空间第 i 个量, 其嵌入维数为 $m+1$; $x_{n(i, m)}$ 为大于 1 小于等于 $N-m$ 的整数, 和 $x_i(m+1)$ 相距最短的序列即为 $x_{n(i, m)}(m+1)$ 。

利用式(13)计算所有 $a(i, m)$ 的平均值。

$$E(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} a(i, m) \quad (14)$$

通过观察平均值 $E(m)$ 随 m 的变化情况来确定嵌入维数, 当变化率

$$E_1(m) = \frac{E(m+1)}{E(m)} \quad (15)$$

变化趋于稳定时, 此时的 m 再加 1 所得值即为所求的嵌入维数。

下面给出判别 $E_1(m)$ 稳定变化的判据, 具体判断过程如下:

1) 计算

$$\Delta_i = |E_1(i) - E_1(i+1)|, \quad 1 \leq i \leq N-1$$

2) 根据 E_1 的波动情况选取一个初始阈值 e , 在此, $e = \overline{\Delta_i}$, $\overline{\Delta_i}$ 表示 Δ_i 的平均值; 并找到第一个 $\Delta_i < e$ 的下标 u , 计算

$$\Delta_j = \max(\Delta_i); \quad u \leq i \leq N-1$$

3) 重新设置值 e, i

$$e = \overline{\Delta_j}, j \leq i \leq N-1, \overline{\Delta_j} \text{ 表示 } \Delta_j \text{ 的平均值。}$$

4) 取 $j \leq i \leq N-2$, 当 $\Delta_i > \Delta_{i+1}$ 且 $\Delta_{i+1} > \Delta_{i+2}$ 且 $\Delta_{i+1} < e$ 时, 嵌入维数 $m = i+1$ 。

通过上述准测, 能相对客观的评价 $E_1(m)$ 何时趋于稳定, 计算得出的嵌入维数的过程更科学严谨。

3 基于相空间重构的滚动轴承振动预测理论

对给定滚动轴承振动的数据集 $X = \{x(i), i=1, 2, \dots, N\}$, N 是给定时间序列的长度, 通过自相关函数法求出延迟时间, 并用 Cao 法求出嵌入维数, 采用延迟坐标法对相空间进行重构可以得到矩阵 X 和 Y 为

$$X = \begin{bmatrix} x(1) & x(1+\tau) & \cdots & x[1+(m-1)\tau] \\ x(2) & x(2+\tau) & \cdots & x[2+(m-1)\tau] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(M) & x(M+\tau) & \cdots & x[M+(m-1)\tau] \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$Y = \begin{bmatrix} x[2+(m-1)\tau] \\ x[3+(m-1)\tau] \\ \vdots \\ x[M+1+(m-1)\tau] \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中 $M = N-1-(m-1)\tau$, N 为数据量。

根据 Takens 理论, 重构相空间轨迹与原系统在同胚意义下动力学等价, 滚动轴承振动预测模型就是根据相空间中的点 $X(i)$ 预测出 $Y(i)$, 从中找到一个映射函数 f' , 具体如下式, 预测出下一个时间序列的数据点:

$$Y(i) = f'[X(i)] \quad (18)$$

该预测模型具有混沌特性, 映射函数 f' 是一个非线性结构, 传统统计学方法如自回归、滑动平均、autoregressive integrated moving average (ARIMA) 并不适合求解, 机器学习模型 (Kriging 模型、LSSVM 模型和 ELM 模型) 可以建立非线性映射, 在此可以作为映射函数进行预测, 并研究了范数导向的融合算法模型, 具体预测原理如图 3 所示。

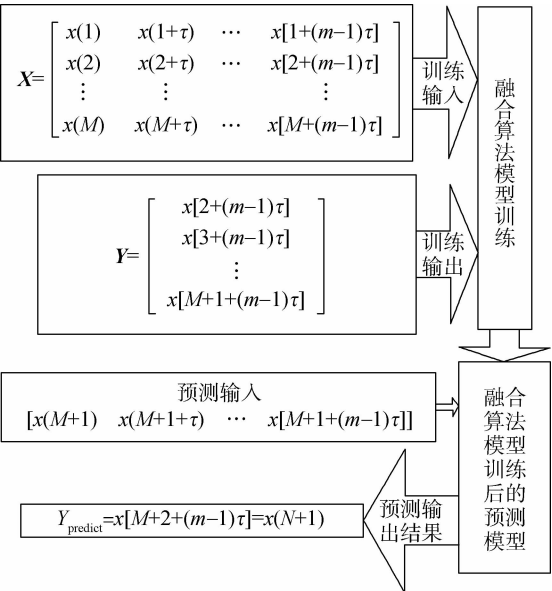


图 3 混沌预测原理
Fig. 3 Chaos prediction theory

4 融合算法模型

4.1 范数导向融合算法模型

单个机器学习模型对不同优化问题具有很大差异性和不可预测性,单一模型的适应性差。针对这个缺点,提出了融合算法模型来联合多种单一机器学习算法来提高模型的适应性,使广谱性能增强,同时提高模型的预测精度。融合算法模型为

$$\hat{y}_e(\mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^{k_m} \omega_i \hat{y}_i(\mathbf{x}_i) \tag{19}$$

式中 $\hat{y}_e$ 为融合算法模型, $\hat{y}_i$ 为单个机器学习模型, ω_i 为单个机器学习模型的权重系数, k_m 为单一机器学习模型的个数。

对权重系数 ω_i 进行优化求解为融合算法模型的核心。本文基于范数理论来确定权重系数,融合算法模型预测值与真值的 2-范数为优化变量进行优化求解,优化定义如下:

$$\begin{cases} \min & \|\hat{y}_e(\mathbf{x}_i) - y(\mathbf{x}_i), 2\| \\ \sum_{i=1}^{k_m} \omega_i = 1, & 0 \leq \omega_i \leq 1 \end{cases} \tag{20}$$

式中 $y(\mathbf{x}_i)$ 为真值。

采用序列二次规划(SQP)寻优出最佳的权重系数,Kriging 模型、LSSVM 模型和 ELM 模型在工程中运用比较广泛,文中选取这三种模型来构造融合算法模型进行混沌预测。融合算法模型的构建流程如图 4 所示。

4.2 Kriging 模型

Kriging 模型的基本形式

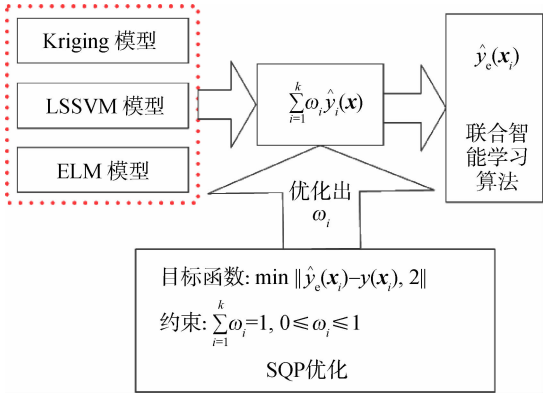


图 4 融合算法模型原理
Fig. 4 Fusion algorithm model theory

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \mathbf{z}(\mathbf{x}) \tag{21}$$

式中 $\mathbf{f}^T(\mathbf{x})$ 为回归函数模型,通常有 0 阶、1 阶和 2 阶三种模型,提供全局近似模型; $\boldsymbol{\beta}$ 为待定回归系数; $\mathbf{z}(\mathbf{x})$ 为一个随机统计过程,提供局部近似模型偏差,其均值为 0,方差为 σ_z^2 ,协方差

$$\text{cov}[\mathbf{z}(\mathbf{x}), \mathbf{z}(\mathbf{w})] = \sigma_z^2 \mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{w}) \tag{22}$$

式中 $\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ 为两个数据点 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{w}$ 之间的变异函数,通常选择高斯函数。利用广义最小二乘估计法,可得 $\boldsymbol{\beta}$ 估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \tag{23}$$

式中 $\mathbf{X}$ 为实验数据点组成的系数矩阵, $\mathbf{Y}$ 为实验点对应的响应值矩阵, σ_z^2 的估计值为

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{N} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{24}$$

利用得到的模型系数和变异函数参数,Kriging 模型在未知点 $\mathbf{x}_0$ 处的预测值为

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}_0)\boldsymbol{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x}_0)\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{25}$$

式中 $\mathbf{r}(\mathbf{x}_0)$ 为预测点与实验点间的相关矩阵。

4.3 LSSVM 模型

LSSVM 算法是标准支持向量机(SVM)的扩展,该算法的主要特点是引入了等式约束,进而使最优化问题变为求解线性方程,进而使得算法的复杂度降低。基于 LSSVM 的回归预测可以采用下述函数对未知函数估计

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) + \mathbf{b} \tag{26}$$

式中 $\boldsymbol{\omega}$ 为超平面的权值矢量; $\mathbf{b}$ 是偏置常量; $\boldsymbol{\varphi}(\cdot)$ 能够将输入量映射于高维特征空间中。

对于训练数据集,LSSVM 对优化问题的定义为

$$\min J = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \lambda \sum_{i=1}^N \xi_i^2, \quad \lambda > 0 \tag{27}$$

式中 λ 是正则化参数。

约束方程为

$$y_i = \omega \varphi(x_i) + b_i + \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (28)$$

它的最优解可以通过对偶形式得出,进而据对偶形式建立拉格朗日函数

$$L(\omega, b, \xi, \alpha) =$$

$$J - \sum_{i=1}^N \alpha_i [\omega^T \varphi(x_i) + b_i + \xi_i - y_i] \quad (29)$$

式中 α_i 为拉格朗日乘子系数。

根据 Karush-Kuhn-Tucher (KKT) 条件,进而得出

$$\omega = \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i \varphi(x_i), \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 0, \quad \alpha_i = \lambda \xi_i, \quad \omega^T \varphi(x_i) + b_i + \xi_i - y_i = 0 \quad (30)$$

进而用核函数的方法,并令

$$\mathbf{K}(x_i, x_j) = \varphi(x_i)^T \varphi(x_j) \quad (31)$$

其中 $\mathbf{K}(x_i, x_j)$ 为对称函数,该函数满足 Mercer 条件,根据式(32),优化问题可以转化为求解线性方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_v^T \\ \mathbf{I}_v & \boldsymbol{\Omega} + C^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (32)$$

式中 $\boldsymbol{\Omega}_{ij} = \mathbf{K}(x_i, x_j)$, $i, j = 1, 2, \dots, N$, $\mathbf{I}_v = [1, \dots, 1]$, 回归函数为

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \mathbf{K}(x_i, x_j) + b \quad (33)$$

不同的支持向量机可以根据不同的核函数 $\mathbf{K}(x_i, x_j)$ 来构造。常用的核函数有径向基函数: $\mathbf{K}(x_i, x_j) = \exp(-\|x_i - x_j\|^2 / 2\sigma^2)$, 其中 σ 为 radial basis function(RBF)函数核宽度; Sigmoid 核函数: $\mathbf{K}(x_i, x_j) = \tanh[\beta \mathbf{K}(x_i, x_j) + \theta]$ 。

4.4 ELM 模型

ELM 模型是由 Huang 等提出的一种算法,对于训练单隐藏层前馈神经网络具有优势。其训练模型如图 5 所示。

图 5 中, n 表示输入变量的个数; h 表示隐含层神经元个数; x_i 表示输入变量, $i = 1, 2, 3, \dots, n$, w_{ij} 表示输入变量与隐含层神经元 j 的连接权重; w_{jo} 表示隐含层神经元 j 与输出层的连接权重; b_j 表示隐含层神经元的阈值, $j = 1, 2, 3, \dots, h$; b_o 表示输出层神经元的阈值; $f_j(\cdot)$ 表示隐含层神经元的激活函数; $g(\cdot)$ 表示输出层神经元的激活函数。

其数学模型为

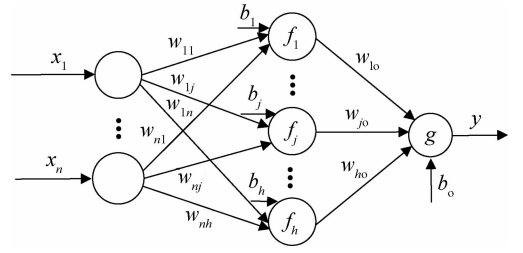


图 5 ELM 网络结构

Fig. 5 ELM network structure

$$\begin{cases} y = g(b_o + \sum_{j=1}^h w_{jo} v_j) \\ v_j = f_j(b_j + \sum_{i=1}^n w_{ij} x_i) \end{cases} \quad (34)$$

式中 v_j 表示输出层神经元 j 的输出。

若存在 n' 个有效样本,当输出阈值为 0、输出神经元激活函数为线性激活函数时,则式(34)可改写为

$$\mathbf{y} = (\mathbf{w}_o^T \mathbf{v})^T \quad (35)$$

式中 $\mathbf{y} = [y(1), y(2), \dots, y(n')]^T$ 为网络输出向量; $\mathbf{w}_o = [w_{1o}, w_{2o}, \dots, w_{ho}]^T$ 表示输出权重向量; $\mathbf{v}$ 为隐含层神经元输出矩阵; 输入权值和阈值矩阵 $\mathbf{w}$ 是随机产生的。

$$\begin{cases} \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1(1) & v_1(2) & \cdots & v_1(n') \\ v_2(1) & v_2(2) & \cdots & v_2(n') \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_h(1) & v_h(2) & \cdots & v_h(n') \end{bmatrix} \\ \mathbf{w} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_h \\ w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1h} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{n'1} & w_{n'2} & \cdots & w_{n'h} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (36)$$

输出权重向量表达式为

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{v}^* \mathbf{y}_e \quad (37)$$

式中 $\mathbf{v}^*$ 表示输出层矩阵 $\mathbf{v}$ 的 Moore-Penrose 广义逆; $\mathbf{y}_e = [y_e(1), y_e(2), \dots, y_e(n')]^T$ 是期望输出。若有 $\mathbf{v} \in R^{n' \times h}$, $n' \geq h$ 且 $\text{rank}(\mathbf{v}) = h$, 则 $\mathbf{v}$ 的 Moore-Penrose 广义逆 $\mathbf{v}^*$ 的表达式为

$$\mathbf{v}^* = (\mathbf{v}^T \mathbf{v})^{-1} \mathbf{v}^T \quad (38)$$

将式(38)代入式(37)可得

$$\mathbf{w}_o = (\mathbf{v}^T \mathbf{v})^{-1} \mathbf{v}^T \mathbf{y}_e \quad (39)$$

所用到的隐含层激活函数为 Sigmoid 函数、Sin 函数、RBF 函数和 Hardlim 函数。

4.5 模型精度的评价方法

采用方均误差(mean squared error, 量符号记为 E_{ms})、方均根误差(root mean squared error,

量符号记为 E_{rms}) 和平均绝对误差 (mean absolute error, 量符号记为 E_{ma}) 指标来评定模型的预测精度, 表达式分别为

$$E_{\text{ms}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{40}$$

$$E_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \tag{41}$$

$$E_{\text{ma}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \tag{42}$$

式中 y_i 为真值; $\hat{y}_i$ 为机器学习模型预测值; N 为测试样本的数量。当值越小时, 精度相对较高。

5 滚动轴承振动混沌融合预测案例 1

5.1 振动实验数据

滚动轴承振动数据来自美国西储大学, 该数据是使用美国西储大学的滚动轴承实验验证得出的。该实验台如图 6 所示, 包括一个 1.5 kW (2 马力) 的电动机、一个扭矩传感器/译码器、一个功率测试计, 还有电子控制器。待检测的轴承支撑着感应电动机的转轴, 驱动端轴承为 SKF 6205, 风扇端轴承为 SKF 6203, 感应电动机风扇端和驱动端的轴承座上方各放置一个加速度传感器用来采集轴承的振动加速度信号。振动信号由 16 通道数据记录仪采集得到, 功率和转速通过扭矩传感器测得。该实验数据通过驱动端轴承上的加速度传感器获得, 转速为 1796 r/min。图 7 为滚动轴承模拟实验布置图。

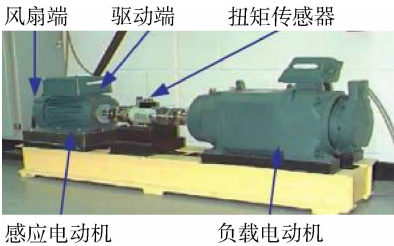


图 6 滚动轴承振动实验平台

Fig. 6 Vibration experiment platform of rolling bearing

采用上面的实验平台采集滚动轴承振动时间数据信号, 采集到的数据如图 8 所示, 此振动数据是轴承正常状态时采集的。

5.2 混沌辨识

对滚动轴承振动时间数据序列进行相空间重构后, 二维相图和三维相图如图 9 所示, 二维相图在有限的区域内具有一定的聚集性, 三维相图同

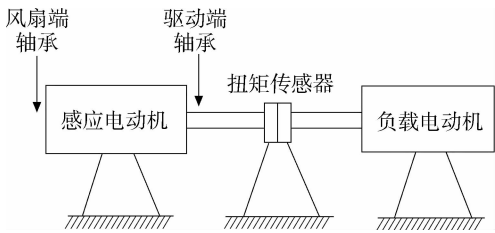


图 7 滚动轴承模拟实验布置图

Fig. 7 Layout of rolling bearing simulation experiment

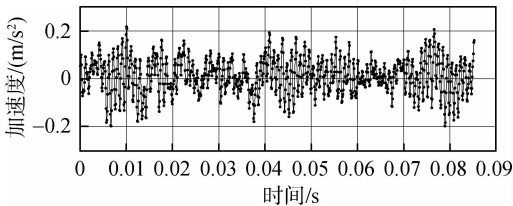


图 8 滚动轴承振动数据

Fig. 8 Rolling bearing vibration data

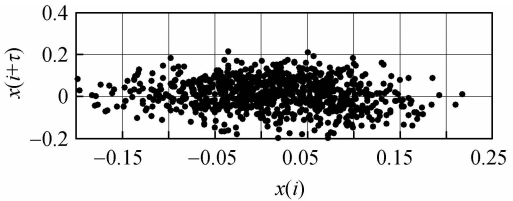
样具有一定的规律性, 呈类椭圆形状, 可根据其规律性推断奇异吸引子的存在。因此, 案例 1 中的滚动轴承振动数据具有混沌特性。

采用小数据量法求滚动轴承振动时间序列的最大 Lyapunov 指数, 图 10 给出了最大 Lyapunov 指数计算图。

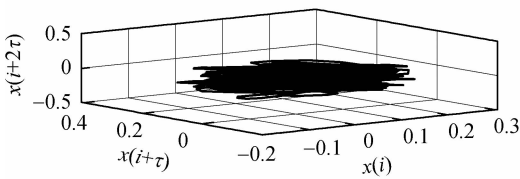
根据小数据量法的计算, 上述滚动轴承振动数据的最大 Lyapunov 指数等于 0.106 5, 其值大于 0, 这同样表明了滚动轴承振动数据的混沌性。

对上述滚动轴承振动数据采用 G-P 算法计算饱和和关联维数。图 11 给出了振动序列的 $\ln r - \ln C_2(r, m)$ 关系曲线。

从图 11 中可以看出, $\ln r - \ln C_2(r, m)$ 曲线随嵌入



(a) 二维相图



(b) 三维相图

图 9 二维相图和三维相图 (案例 1)

Fig. 9 Two-dimensional and three-dimensional phase diagrams (case 1)

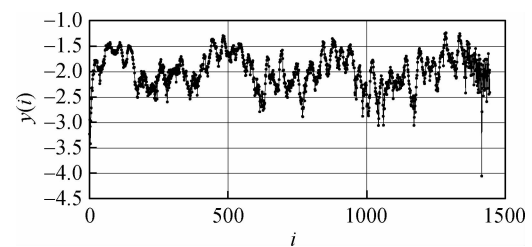


图 10 振动数据序列的最大 Lyapunov 指数计算图
(案例 1)

Fig. 10 Maximum Lyapunov exponent calculation chart of vibration data (case 1)

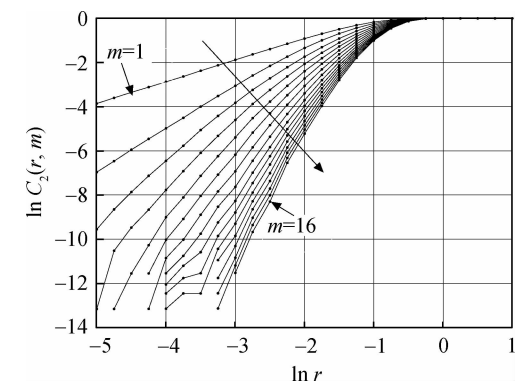


图 11 关联维数分析(案例 1)
Fig. 11 Correlation dimension analysis (case 1)

维数增大而逐渐平行,即关联维数达到饱和,这同样表明滚动轴承振动时间序列数据呈现混沌特性。

5.3 相空间重构参数计算

相空间重构中两个重要参数:延迟时间和嵌入维数的计算。

采用自相关函数法求延迟时间,自相关函数图像如图 12 所示。

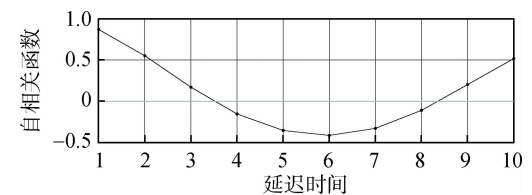


图 12 自相关函数法求延迟时间
Fig. 12 Delay time by autocorrelation

如图 12 得知,曲线与直线($z=0$)的相交点所对应的横坐标 $\tau=4$ 即为案例 1 中滚动轴承振动数据序列的延迟时间。

采用互信息法求此案例中滚动轴承振动时间数据序列的延迟时间 τ ,图 13 给出了时间序列的平均互信息与延迟时间的关系曲线。

从图 13 得知,滚动轴承振动时间序列的互信

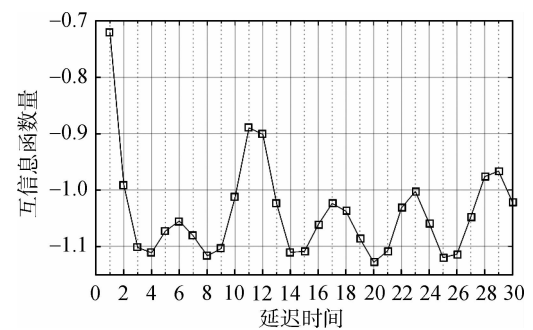


图 13 互信息法求延迟时间
Fig. 13 Calculate delay time using mutual information method

息 τ 等于 4 时取得第一个局部最小值。因此,此案例中滚动轴承振动时间序列的最佳延迟时间为 4。

应用式(13)~式(15)计算与嵌入维数的关系如图 14 所示。

从图 14 可以看出:当嵌入维数 m 增加到 6 时, $E_1(m)$ 趋于稳定,因此,选滚动轴承振动数据序列的嵌入维数为 $m+1=7$ 。

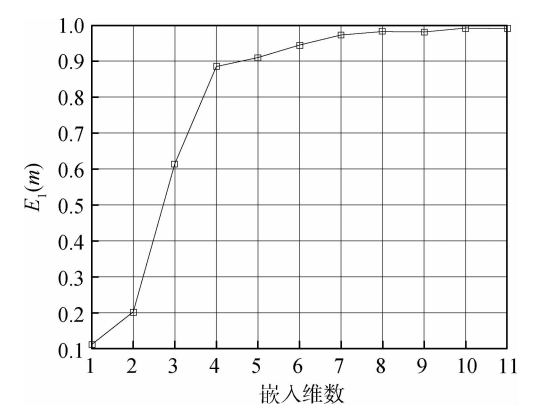


图 14 Cao 法求嵌入维数
Fig. 14 Calculate embedding dimension using Cao method

5.4 振动预测

通过相图法、最大 Lyapunov 指数法和关联维数法来判别,案例 1 中的滚动轴承振动时间序列呈现混沌特性,可以采用混沌理论进行振动预测。在此采用相空间重构理论构建混沌预测的输入和输出,采用图 3 所示的预测理论与方法。然后采用融合模型、Kriging 模型、LSSVM 模型和 ELM 模型来进行滚动轴承振动时间序列预测,采用 512 个数据用作训练样本,30 个数据用作测试。具体预测步骤如下:

- 1) 判断案例 1 中滚动轴承振动数据的混沌性,奠定混沌预测的基础;
- 2) 计算重构相空间参数延迟时间和嵌入

维数；

3) 根据图 3 预测原理,可以构建输入样本 $(N-1-(m-1)\tau$ 行, m 列)和输出样本 $(N-1-(m-1)\tau$ 行,1 列)进行训练,案例 1 中,采用 512 个数据进行训练,输入样本为 487 行 7 列,输出样本为 487 行 1 列;

4) 把训练输入样本和输入样本导入到融合模型、Kriging 模型和 ELM 模型中进行训练,训练好的模型用于预测;

5) 根据图 3 预测原理,预测输入样本导入到训练好的模型中进行预测,在此采用 30 个测试样本验证预测效果。

融合模型是 Kriging 模型、LSSVM 模型和 ELM 模型的组合,权重系数分别为 0、11.61%、88.39%。

融合算法模型采用图 4 的方法。图 15 为上述四种模型算法的预测结果图,图 16 为预测绝对误差图。

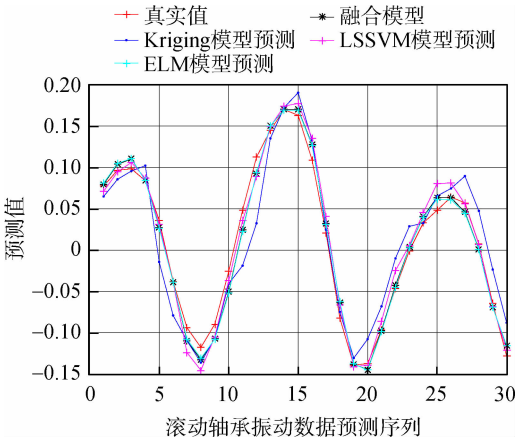


图 15 机器学习算法预测(案例 1)

Fig. 15 Machine learning algorithm prediction (case 1)

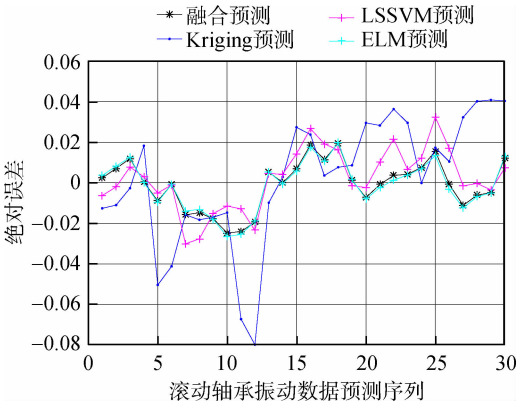


图 16 预测绝对误差(案例 1)

Fig. 16 Prediction absolute error (case 1)

由图 15 和图 16 可知,红色线为真值,黑色线性为融合模型预测,蓝色线为 Kriging 模型预测,粉色线为 LSSVM 模型预测,青色线为 ELM 模型预测,由图可以看出,Kriging 模型的预测最差,融合模型和 ELM 模型的预测效果较好。

为了定量评估预测精度,采用预测方均误差、方均根误差和预测平均绝对误差进行评价。图 17 为预测方均误差,图 18 为预测方均根误差,图 19 为预测平均绝对误差。

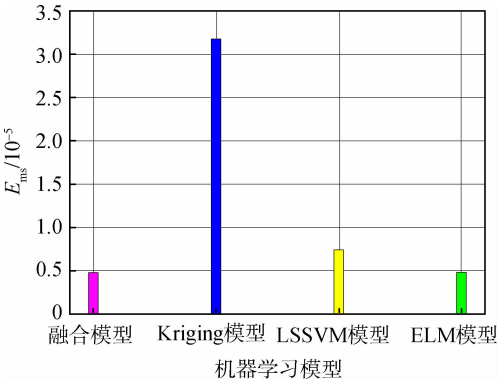


图 17 预测精度评定(MSE,案例 1)

Fig. 17 Prediction accuracy evaluation (MSE, case 1)

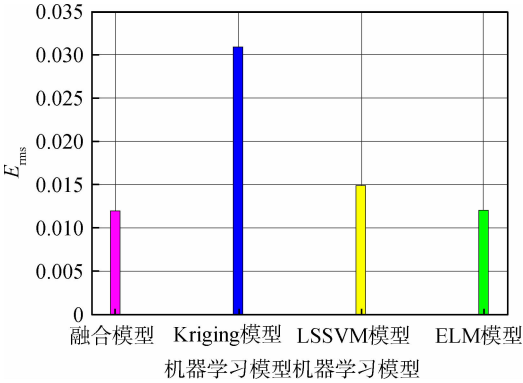


图 18 预测精度评定(RMSE,案例 1)

Fig. 18 Prediction accuracy evaluation (RMSE, case 1)

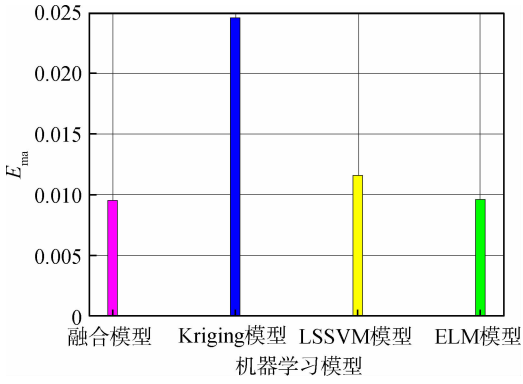


图 19 预测精度评定(MAE,案例 1)

Fig. 19 Prediction accuracy evaluation (MAE, case 1)

由图 17、图 18 和图 19 可知,Kriging 模型的预测效果最差,融合模型预测效果最好,其次预测较好的为 ELM 模型,融合模型预测略优于 ELM 模型,LSSVM 的预测精度在 ELM 预测精度之后。

6 滚动轴承振动混沌融合预测案例 2

6.1 滚动轴承振动实验数据

为进一步验证上述方法的有效性,在美国 SpectraQuest 公司轴承振动实验台(BPS)进行了测试验证。图 20 为振动预测实验台(BPS)。该实验台采用 SpectraQuest 公司设计的测量轴承摩擦扭矩、轴承轴向和径向载荷的传感器。通过摩擦扭矩传感器和压力传感器获取当前轴承故障数据。测试轴承型号为 INA6205-2RSR。

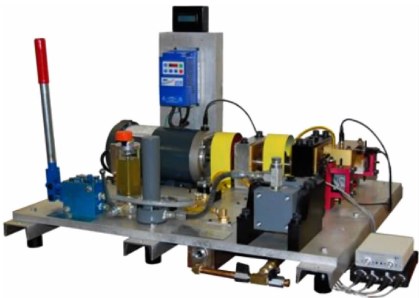


图 20 轴承振动测试实验台(BPS)

Fig. 20 Bearing vibration experiment bench (BPS)

采用上面的实验平台采集滚动轴承振动时间数据信号,采集到加速度电压信号如图 21 所示。

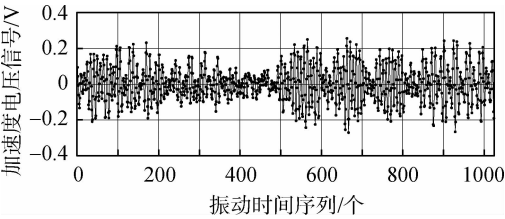


图 21 振动数据序列

Fig. 21 Vibration data series

6.2 混沌辨识和相空间参数计算

对案例 2 中滚动轴承振动时间数据序列进行相空间重构后,二维相图和三维相图如图 22 所示,由图得知,二维相图在有限的区域内具有一定的聚集性,三维相图同样具有一定的规律性,可根据这种规律性推断奇异吸引子的存在。因此,案例 2 中的滚动轴承振动数据具有混沌特性。

对此案例中滚动轴承振动数据采用 G-P 算法计算饱和关联维数。图 23 给出了振动序列的

$\ln r - \ln C_2(r, m)$ 关系曲线。

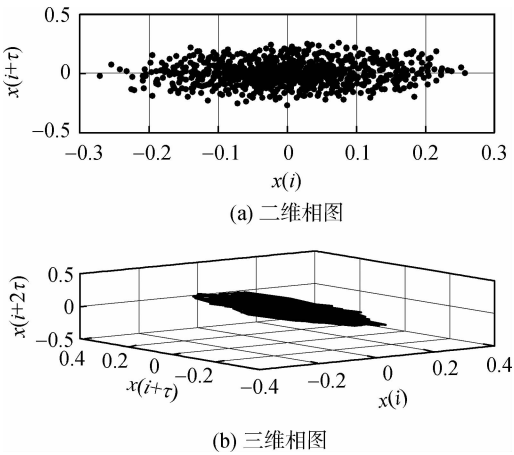


图 22 二维相图和三维相图(案例 2)

Fig. 22 Two-dimensional and three-dimensional phase diagrams (case 2)

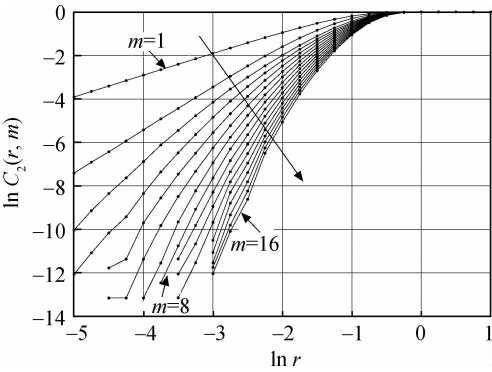


图 23 关联维数分析(案例 2)

Fig. 23 Correlation dimension analysis (case 2)

从图 23 中可以看出, $\ln r - \ln C_2(r, m)$ 曲线随嵌入维数增大而逐渐平行,即关联维数达到饱和,这同样表明此案例中滚动轴承振动时间序列数据呈现混沌特性。

用自相关函数法和互信息法求得此案例中滚动轴承振动时间序列的最佳延迟时间等于 2。

用 Cao 法求解此案例中滚动轴承振动数据序列的嵌入维数等于 8。

采用小数据量法求案例 2 中滚动轴承振动时间序列的最大 Lyapunov 指数,图 24 给出了最大 Lyapunov 指数计算图。

根据小数据量法的计算,案例 2 中滚动轴承振动数据的最大 Lyapunov 指数等于 0.1148,其值大于 0,这同样表明了案例 2 中滚动轴承振动数据的混沌性。

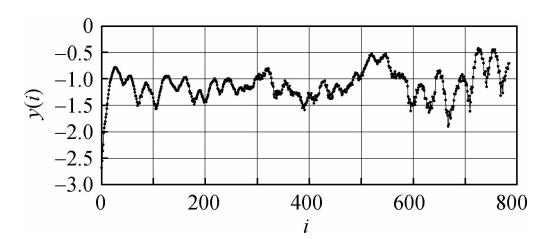


图 24 振动数据序列的最大 Lyapunov 指数计算图
(案例 2)

Fig. 24 Maximum Lyapunov exponent calculation chart of vibration data (case 2)

6.3 振动预测

采用与案例 1 相同的方法进行混沌预测,融合模型是 Kriging 模型、LSSVM 模型和 ELM 模型的组合,权重系数分别为 17.51%、28.48%、54.01%。图 25 为上述四种模型算法的预测结果图,图 26 为预测绝对误差图,图 27 为预测方均误差,图 28 为预测方均根误差,图 29 为预测平均绝

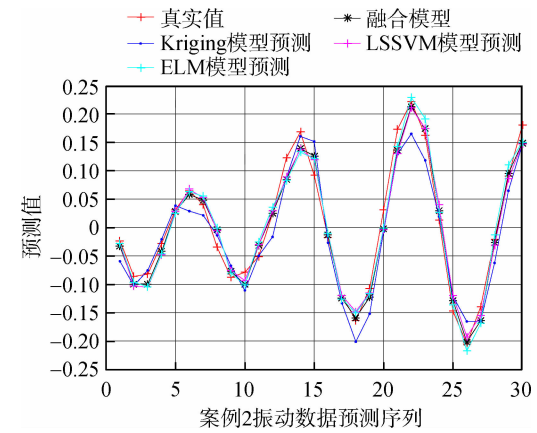


图 25 机器学习算法预测(案例 2)
Fig. 25 Machine learning algorithm prediction (case 2)

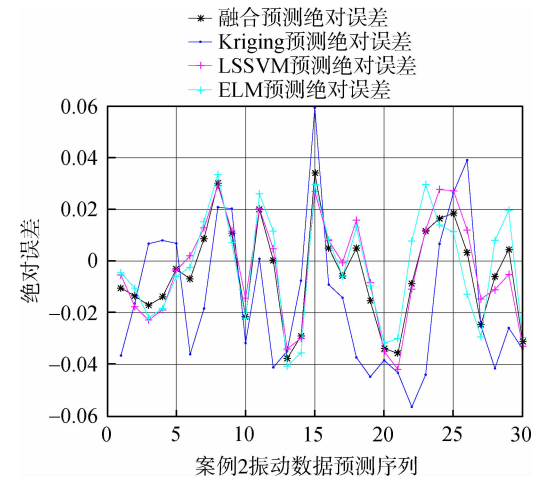


图 26 预测绝对误差(案例 2)
Fig. 26 Prediction absolute error (case 2)

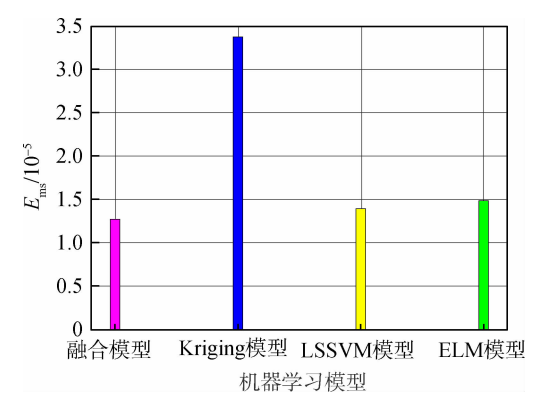


图 27 预测精度评定(MSE,案例 2)
Fig. 27 Prediction accuracy evaluation (MSE, case 2)

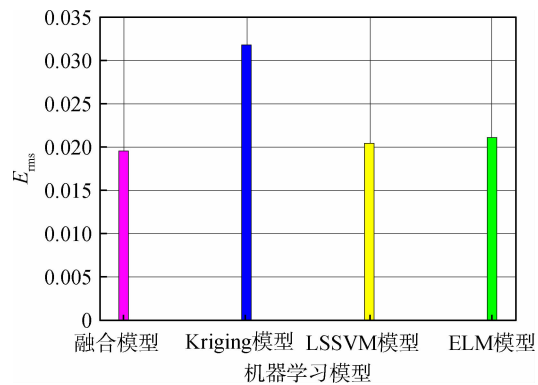


图 28 预测精度评定(RMSE,案例 2)
Fig. 28 Prediction accuracy evaluation (RMSE, case 2)

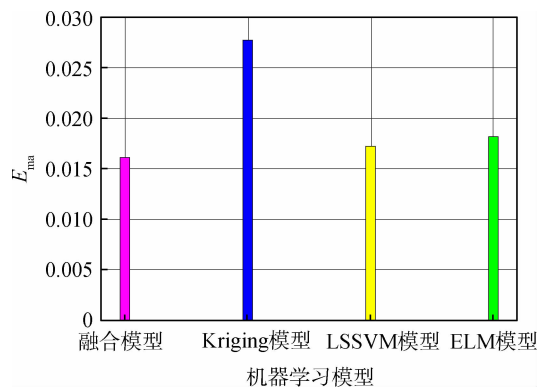


图 29 预测精度评定(MAE,案例 2)
Fig. 29 Prediction accuracy evaluation (RMSE, case 2)

对误差。
由图 25~图 29 可知,Kriging 模型的预测效果最差,融合模型预测效果最好,其次预测较好的为 LSSVM 和 ELM 模型。

7 结 论

1) 经过相图法、最大 Lyapunov 法和关联维数法判别,案例 1 和案例 2 中滚动轴承振动数据

序列都呈现混沌性,这说明滚动轴承振动信号具有短期混沌可预测性。

2) 将机器学习模型、范数原理和混沌理论融合,并运用于滚动轴承振动数据序列的预测研究中,提出了范数最小目标导向的求解融合算法模型中各单一算法权重的新思想,经过两个轴承振动数据序列的预测验证,提出的融合算法模型的预测精度较高,优于单一预测模型。

3) 经过融合预测模型算法研究,对于不同的实验数据预测,单一模型的权重系数是不同的,而融合模型具有良好的适应性和广谱性,针对案例 1 和案例 2 中的滚动轴承振动数据,LSSVM 模型和 ELM 模型的权重系数大于 Kriging 模型,这表明就单一模型而言,对于文中两个案例的振动预测,LSSVM 模型和 ELM 模型优于 Kriging 模型。

参考文献:

[1] 夏新涛,徐永智.滚动轴承性能变异的近代统计学分析[M].北京:科学出版社,2016.

[2] PACKARD N H,CRUTCHFIELD J P,FARMER J D,et al.Geometry from a time series[J].Physical Review Letters,1980,45(9):712-716.

[3] MASSIMO C,BARBARA C.The role of the embedding dimension and time delay in time series forecasting[J].IF-AC Proceedings,2009,42(7):316-320.

[4] 邱华旭,黄张裕,朱华.改进的饱和关联维数法在时间序列研究中的应用[J].勘察科学技术,2014(1):53-54.

QIU Huaxu,HUANG Zhangyu,ZHU Hua.Application of improved G-P method in time series study[J].Reconnais-sance Science and Technology,2014(1):53-54.(in Chi-nese)

[5] NUR H A,MOHD S M N.Predicting time series data at floodplain area using chaos approach[J].Sains Malaysi-ana,2015,44(3):463-471.

[6] SMALL M,TSE C K.Optimal embedding parameters;a modeling paradigm[J].Physica D:Nonlinear Phenomena,2004,194(3/4):283-296.

[7] MAUS A,SPROTT J C.Neural network method for de-termining embedding dimension of a time series[J].Com-munications in Nonlinear Science and Numerical Simula-tion,2011,16(8):3294-3302.

[8] SU Xin,WANG Yi,DUAN Shengsen,et al.Detecting cha-os from agricultural product price time series[J].Entropy,2014,16(12):6415-6433.

[9] SUN Yun,WANG Ying,MENG Xiangfei,et al.Methodol-ogy of estimating the embedding dimension in chaos time series based on the prediction performance of K-CV-GRNN[C]//Proceedings of International Conference on Information System and Computer Aided Educaton. New York:IEEE,2018:202-205.

[10] CAO L Y.Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series[J].Physica D: Nonlinear Phenomena,1997,110(1):43-50.

[11] FRASER A M,SWINNEY H L.Independent coordinates for strange attractors from mutual information[J].Physi-cal Review:A,1986,33(2):1134-1140.

[12] KIM H S,EYKHOLT R,SALAS J D.Nonlinear dynam-ics,delay times,and embedding windows[J].Physica D: Nonlinear Phenomena,1999,127(1):48-60.

[13] YE Liang,XIA Xintao,CHANG Zhen.Dynamic prediction of the performance reliability of high-speed railway bear-ings[J].Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sci-ences and Engineering,2019,41(11):1-12.

[14] 张淑清,贺朋,左一格,等.混沌奇异谱特性研究及在滚动轴承故障诊断中的应用[J].中国机械工程,2018,29(12):1398-1404.

ZHANG Shuqing,HE Peng,ZUO Yige,et al.Study on characteristics of chaotic singular spectrum and applica-tions in rolling bearing fault diagnosis[J].China Mechan-ical Engineering,2018,29(12):1398-1404.(in Chinese)

[15] 李兆飞,任小洪,黄臣程.滚动轴承振动的非线性超混沌特性研究[J].轴承,2016(7):54-60.

LI Zhaoifei,REN Xiaohong,HUANG Chencheng.Study on nonlinear hyper chaotic characteristics for vibration of roll-ing bearings[J].Bearing,2016(7):54-60.(in Chinese)

[16] 徐永智,夏新涛,南翔.基于混沌理论滚动轴承振动稳健化试验数据的动态分析[J].航空动力学报,2015,30(8):1959-1965.

XU Yongzhi,XIA Xintao,NAN Xiang.Dynamic analysis of the robust test data on rolling bearing vibration based on chaos theory[J].Journal of Aerospace Power,2015,30(8):1959-1965.(in Chinese).

[17] 潘海洋,杨宇,郑近德,等.基于径向基函数的变量预测模型模式识别方法[J].航空动力学报,2017,32(2):500-506.

PAN Haiyang,YANG Yu,ZHENG Jinde,et al.Variable predictive model based RBF class discriminate method[J].Journal of Aerospace Power,2017,32(2):500-506.(in Chinese)

[18] XIA Xintao,CHANG Zhen,LI Yunfei.Vibration perform-ance prediction and reliability analysis for bearins [J].Journal of System Simulation,2018,30(4):1390-1398.

(编辑:陈 越)